

當哈利波特遇上物理——聲學篇

鄭永銘老師 ◆ <http://www.balloon.com.tw>



一、實驗名稱

名稱	實驗器材	影音連結
1. 繩的駐波模式	細繩、砝碼、尺、碼表	http://www.balloon.com.tw/sound1.htm
2. 以吉他來教聲學篇	吉他	http://www.balloon.com.tw/sound2.htm
3. 寶特瓶吹奏	寶特瓶 × 8、水、尺	http://www.balloon.com.tw/sound3.htm
4. 試管伸縮喇叭	試管、粗吸管、水	http://www.balloon.com.tw/sound4.htm
5. 試管排笛	試管、矽力康、滴管	http://www.balloon.com.tw/sound5.htm
6. 吸管排笛、PVC 排笛	粗吸管、PVC水管、油黏土、尺	http://www.balloon.com.tw/sound6.htm
7. 注射筒笛	注射筒、美工刀	http://www.balloon.com.tw/sound7.htm
8. 開管基頻是閉管基頻的兩倍	塑膠管、塑膠蓋	http://www.balloon.com.tw/sound8.htm
9. 開管與閉管的差異	PVC 塑膠水管、彎管	http://www.balloon.com.tw/sound9.htm
10. 口笛	細竹筒、三分 PVC 塑膠水管	http://www.balloon.com.tw/sound10.htm
11. 甩排水管	洗衣機排水管	http://www.balloon.com.tw/sound11.htm
12. 底片盒陶笛	底片盒、吸管、膠帶、美工刀	http://www.balloon.com.tw/sound12.htm
13. 氣球吉他	12 吋氣球、260 鉛筆氣球	http://www.balloon.com.tw/sound13.htm
14. 氣球笛	12 吋氣球、吸管、透明片	http://www.balloon.com.tw/sound14.htm
15. 管長可改變音調	吸管、透明片、剪刀	http://www.balloon.com.tw/sound15.htm
16. 吸管雙簧管	吸管、剪刀	http://www.balloon.com.tw/sound16.htm
17. 高腳杯奏鳴曲	高腳杯、水	http://www.balloon.com.tw/sound17.htm
18. 金屬棒敲擊發聲	不同長度的實心鋁棒	http://www.balloon.com.tw/sound18.htm
19. 鋁棒的泛音	實心鋁棒	http://www.balloon.com.tw/sound19.htm
20. 鐵管內的駐波	空心鐵管、鐵網、瓦斯噴燈	http://www.balloon.com.tw/sound20.htm

名稱	實驗器材	影音連結
21. 硬碟唱機	報廢的硬碟、MP3 或收音機	http://www.balloon.com.tw/sound21.htm
22. 彈簧紙杯	彈簧、紙杯、紙筒、硬塑膠片	http://www.balloon.com.tw/sound22.htm
23. 長笛屬於開管	長笛	http://www.balloon.com.tw/sound23.htm
24. 豎笛屬於閉管	豎笛	http://www.balloon.com.tw/sound24.htm
25. SAX 是開管樂器	SAX	http://www.balloon.com.tw/sound25.htm
26. 氣球皮吹奏	氣球	http://www.balloon.com.tw/sound26.htm
27. 草笛	求米草	http://www.balloon.com.tw/sound27.htm
28. 葉笛	楊桃樹葉	http://www.balloon.com.tw/sound28.htm
29. 變聲氣體	氣球、混有 21% 氧氣的氦氣瓶	http://www.balloon.com.tw/sound29.htm

二、實驗步驟

1. 繩的駐波模式

- (1) 這是以手動方式來代替駐波實驗儀，找一條細繩、童軍繩或是實驗室的橡皮管，一端請一位同學拿著當固定端，他端由另一位同學持繩端來轉動。當週期強迫性的頻率等於該繩的固有頻率之一時，駐波便能產生。
- (2) 讓持繩端轉動的同學體驗只有以特定頻率轉動時，駐波才能輕易產生。並由學生嘗試轉出 f_1 、 $2f_1$ 、 $3f_1$ ……等共振模式。
- (3) 請班上同學在不同的共振模式下測量其頻率，並歸納彼此的關係。
- (4) 接著將固定端手持的模式改為懸掛砝碼，以砝碼重當作繩張力 F 來計算。測量細繩的線密度 μ ，並請一位同學測量兩節點間的距離，來求得繩波長 λ 。
- (5) 驗證 $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = f \times \lambda$ 的公式。

2. 以吉他來教聲學篇

- (1) 吉他很適合拿來應證公式 $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = f \times \lambda$ 與 $f_n = n \times \frac{v}{2\ell}$ ，首先撥動粗細不同的弦時，經由音調的高低，可以判斷線密度與音調的關係。
- (2) 當調整弦的張力時，經由音調的高低，可以判斷張力與音調的關係。
- (3) 當按弦在不同把位時，經由音調的高低，可以判斷弦長與音調的關係。
- (4) 手指輕觸第 12 格弦枕上方（不是第 12 把位，而是弦枕的上方），這個位置剛好是弦的中點，當右手撥弦的同時，左手立即離開弦。就會同時發出第一與第二諧音，音色就會變得像鐘聲一樣。如果按在第 7 格弦枕上方，然後使用這種鐘聲的技巧，由於此時弦長變為三分之二，所以運用此技法就會多出一個高五度的泛音來。

3. 寶特瓶吹奏

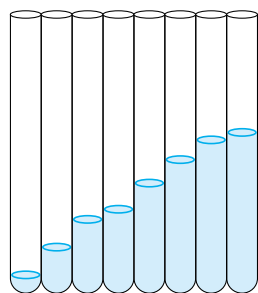
- (1) 以空瓶之瓶口至底部的深度，設為 Do 之空氣柱高度 l_0 。利用頻率 f 約反比於管長之關係，倒一半深度的水之後吹奏，以聽覺判斷是否音調提高八度？（註：因為瓶子並非直筒的圓柱形，因此空氣柱共振不是單純的頻率與長度成反比的關係，而且吹奏時的力度及吹奏角度都會稍微影響音準。另外還要考慮管口修正量，依數學理論可得修正量約等於 0.6 倍的管內半徑，也就是位移波的波腹將位於管口外 0.6 倍的管半徑處。）
- (2) 取另外一個寶特瓶，讓兩瓶的空氣柱一樣長。當只吹其中一瓶時，看能不能使在旁邊的另一瓶產生振動？
- (3) 再倒出約三分之一的水量，調整水深成為 $\frac{1}{3}l_0$ 之後吹奏，以聽覺判斷是否比另一空管高五度？
- (4) 再倒出部分的水量，調整水深成為 $\frac{1}{5}l_0$ 之後吹奏，以聽覺判斷是否比另一空管高三度？
- (5) 然後找 8 瓶相同的寶特瓶，各瓶的水深分別調整為：空瓶、 $\frac{1}{9}l_0$ 、 $\frac{1}{5}l_0$ 、 $\frac{1}{4}l_0$ 、 $\frac{1}{3}l_0$ 、 $\frac{2}{5}l_0$ 、 $\frac{7}{15}l_0$ 、 $\frac{1}{2}l_0$ ，將每一瓶分別交給一位同學負責吹奏，以聽覺判斷是否能吹奏出 do 、 re 、 me 、 fa 、 sol 、 la 、 ti 、 do^* 等八音？
- (6) 接著請這八位同學合作吹奏出一首簡單的歌曲，保證將帶來滿堂的歡笑。

4. 試管伸縮喇叭

- (1) 取一支珍珠奶茶的粗吸管，放入裝滿水的試管內。利用吸管的升降可改變管內空氣柱的長度，吹吹看，能不能吹出完整的音階？並試著吹奏一曲。
- (2) 還可以用它來講話喔！吹吹看能不能吹出一句話來？

5. 試管排笛

- (1) 取數支試管（9 mm × 150 mm 規格），以透明矽力康將各管黏著。
- (2) 依實驗 3 的數據調整水深並且細心調音後，試著能否演奏出美麗的樂章？



6. PVC 排笛

- (1) 建議先做 G 、 A 、 B 、 C^* 、 D^* 、 E^* 、 F^* 、 G^* 等八管，這樣比較容易吹奏。25°C 時，排笛的頻率與管深如下表。

音 調	sol	la	ti	do*	re*	me*	fa*	sol*
頻率 / Hz	396	440	495	352	528	660	704	792
管深 / mm	218	197	175	164	146	131	123	109

- (2) 取 16 mm 的四分 PVC 自來水管，依各管管深再加 20 mm 做為切割時的長度。
- (3) 將各管口尖銳部分磨平。
- (4) 將油黏土壓平，成為約 20 mm 的厚度，並將各管的一端壓進油黏土。
- (5) 取一根直徑比 PVC 管內徑略小的木棒或鋁棒，在各正確管深的距離處分別標記其刻度。

- (6) 以此標定刻度後的鋁棒深入 PVC 管的內部來壓實油黏土，並藉著油黏土分量的調整，達到正確的排笛管深。
- (7) 以橡皮筋將各管連結起來，一支價廉物美的 PVC 排笛就完成了。
- (8) 教師再以此教具來說明開管樂器的理論並演奏歌曲。

7. 注射筒笛

- (1) 用美工刀切割注射筒的底端，切割好的注射筒，就可以當做樂器和玩具使用了。
- (2) 演奏方法：下脣緊靠切割口斜吹，吹響後可拉動注射器的拉桿帶動裡面的活塞，音高就會有變化。注射筒笛聲音明亮高亢，可模仿鳥叫，也可演奏出音色獨特的樂曲。

8. 開管基頻是閉管基頻的兩倍

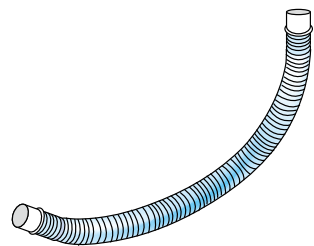
9. 開管與閉管的差異

10. 口笛

- (1) 取一根兩端開口的塑膠管、PVC 水管或口笛，利用敲擊或吹奏來發出聲響。
- (2) 接著將一端封住形成閉管來發出聲響，並讓學生說出兩者音調的差異。
- (3) 在高中物理講到閉管與開管時，教師們可以試著先演示這些實驗。然後才來推導閉管與開管的公式，相信學生就比較容易記住閉管與開管的共振模式。

11. 甩排水管

- (1) 手握洗衣機排水管的一端，以手腕用力甩圓圈，並控制速度與節奏，聆聽能否發出聲音？
- (2) 接著將手持水管的這一端靠近碎紙堆，並將水管在空中迴旋，觀察是否能將紙片吸上而由另一端甩出。
- (3) 這個實驗證明水管能發出聲音，是因為空氣在水管內流動所形成。
- (4) 發出的泛音分別為 f （低音 Do）、 $2f$ （中音 Do）、 $3f$ （中音 Sol）、 $4f$ （高音 Do）、 $5f$ （高音 Mi）……。



12. 底片盒陶笛

- (1) 以美工刀從距離底片盒開口 1cm 位置處，往底部方向縱割 $10\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ 的入氣孔。
- (2) 將一吸管前端壓扁，以膠帶黏貼於入氣孔處，吸管前端約蓋住入氣孔 2 mm。
- (3) 以雙手拇指併攏的方式蓋住底片盒的開口來吹奏，聆聽能否發出聲音？
- (4) 接著在吹奏時將雙手拇指分開，讓底片盒的開口由閉合逐漸變為全開狀態。靠著手指所造成的空隙而發出不同的音階，並聆聽音調是否逐漸升高？
- (5) 稍加練習就能吹出完整的音階，並試著吹奏一曲。

13. 氣球吉他

- (1) 先將一條 260 鉛筆氣球綁在 12 吋圓氣球的側面。
- (2) 將 12 吋氣球吹脹後打結。
- (3) 揉搓鉛筆氣球成為細長的線狀後，將另一端綁在左手拇指上。
- (4) 將 12 吋氣球夾在右手腋下，以右手拇指來彈弦。

- (5) 靠著拉緊或放鬆鉛筆氣球來改變弦長、張力與線密度，就可以產生不同的音調。
- (6) 或者以左手來按弦，當按到越高把位時音調將會變高，稍加練習就能奏出一首樂曲。
- (7) 當物理課需要使用吉他來講解弦共振模式時，如果當時並無學生帶吉他來，那麼這把氣球吉他就派得上用場了。

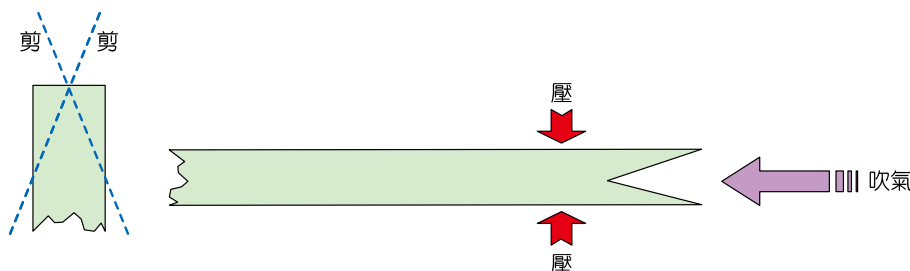
14. 氣球笛

- (1) 取一支吸管，將吸管前端剪一 45° 斜角。
- (2) 剪一小片矩形透明片，其寬度恰好能蓋住吸管。接著放在吸管前端斜角上，並以膠帶將其固定在吸管上當作單簧管的簧片。
- (3) 將簧片的一端放入口中，吹吹看能否發出聲音？試著調整簧片角度以發出最大的音量。
- (4) 接著取一個氣球，將吸管有簧片那一端套入氣球內。以橡皮筋或膠帶將吸管與氣球結合。
- (5) 吹飽氣球後放開，有沒有發出聲音？
- (6) 改變嘴型，聽聽看音色有沒有不同？

15. 管長可改變音調

- (1) 依實驗 14 做出一支單簧管，在吹奏時以剪刀將管長依序剪短。
- (2) 稍加訓練即可吹出一組正確音準的八度音程，學生們很喜歡玩這個實驗喔！

16. 吸管雙簧管



- (1) 將吸管頂部壓扁，左右各剪一個斜角形成兩個振動簧片。用雙脣略為壓扁簧片的姿態來吹，看是否能發出聲音？
- (2) 在吸管上剪四個小孔，分別按壓後吹奏，聽聽是否能發出不同的音階？

17. 高腳杯奏鳴曲

- (1) 依序將數個高腳酒杯裝入不同高度的水，靠著水位的高低來調整打擊後的音階。細心調整後，試試看能否輕敲杯壁來演奏出美麗的樂章？
- (2) 將指尖沾醋，以適當的壓力與速度，迴旋摩擦杯口，聽聽看能否發出音階？
- (3) 由於摩擦會使酒杯振動，當發出聲音時觀察杯內的水是否會濺出酒杯？



18. 金屬棒敲擊發聲

- (1) 敲擊實心的圓柱形鋁棒時，以手捏著的地方為節點的那些模式就會出現（對應於該聲波的奇次諧音也會出現）。同時，以手捏著的地方為波腹的那些模式就會受到抑制（對應於該聲波的 n 次諧音也不會出現， $n \in N$ ）。
- (2) 取兩條棉線分別綁在距鋁棒兩端 $1/4$ 管長的地方，然後將其懸空綁在木架上（請對照影音檔）。敲擊鋁棒中央時，由於以綁線處為節點的那些共振模式會出現，並且對應於該頻率的奇次諧音也會出現。其中音調最低的頻率等同於開管的第二諧音 $f = 2 \times \frac{v}{2\ell}$ ，這是以棉線處為節點所造成的結果。由於這些諧音 f 、 $3f$ 、 $5f$ 分別是 **Do**、**Sol**、**Me** 恰好構成一組大和弦（**C** 和弦），所以只敲擊一根鋁棒就能出現如此豐富的音色了。聽說靜坐者很喜歡靠它來沉澱心靈，進而洗滌身心的疲憊呢！
- (3) 在影音檔中還可以清楚的聽到拍音，請思考其形成的原因為何？。

19. 鋁棒的泛音

- (1) 敲擊鋁棒時，由於會出現手捏著的地方為節點的那些模式。因此改變手捏著的位置，分別以按壓在距端點 $\frac{1}{2}\ell_0$ 、 $\frac{1}{4}\ell_0$ 、 $\frac{1}{6}\ell_0$ 、 $\frac{1}{8}\ell_0$ 處，聽聽看音階有何差異？
- (2) 以左手持鋁棒，右手指沾上松香粉，輕捏鋁棒向下摩擦，聽聽看是否也能發出聲音？

20. 鐵管內的駐波

- (1) 將一個中空的鐵管垂直豎立，在其下方以瓦斯噴燈加熱其底部約 15 秒。然後將鐵管移開火源（仍然保持鐵管的直立狀態），由於此時熱空氣在管內向上流動，即可聽見管中發出聲響。
- (2) 此時若將鐵管水平放置，因為氣體不再對流，所以聲音就會消失。
- (3) 若鐵管越長，則加熱後發出聲音的音調將越低。這就如同竹筒炮一樣，當點燃竹筒內的乙炔氣，也會在管中發出爆鳴聲。點燃越長的竹筒炮，所發出聲音的音調也將越低。

21. 硬碟唱機

- (1) 將報廢的硬碟拆開，由電路板中找出控制讀寫頭移動的部分，將其以單隔離音源線接出。
- (2) 將此音源線接上 MP3 或收音機，即可讓硬碟發出聲音，並且看見讀寫頭隨著訊號強弱而舞動的有趣畫面。

22. 彈簧紙杯

- (1) 將兩個紙杯的底部各鑽一個小洞，並以彈簧串接於兩紙杯的底部，然後在外面套上紙筒固定。當對著紙杯內講話時，即可產生類似回音的 **echo** 效果。
- (2) 取一個硬紙筒或是粗的 PVC 水管，底部貼上硬塑膠片，然後在塑膠片中央鑽一個小洞，並以長的彈簧黏接於紙杯的底部。
- (3) 搖晃紙杯，即可產生類似鈸的巨大聲響。

23. 長笛屬於開管

24. 豎笛屬於閉管

25. SAX 是開管樂器

同樣是使用單一簧片，豎笛與其所演變而來的 SAX 卻是分屬閉管與開管樂器，這是十分有趣的事。管樂器如同弦樂器一般，需要有駐波的形成，但管樂器的駐波不像弦樂器直接由弦所形成，而是靠著空氣分子的振動，產生壓力的變化來形成空氣柱的駐波。以一個兩端開口的管子而言，形成第一諧音（基音）時，開口端空氣分子能自由振動，是屬於分子位移最大的自由端（波腹），或是壓力波的節點。而管中央空氣分子的壓力振幅最大，為壓力波的波腹，或是分子位移為零的節點，因此壓力波與位移波的相位差四分之一。同理在閉管樂器中，由於一端封閉，空氣分子無法振動，因此封閉端必為位移為零之節點，或是壓力波之波腹。

由外型來比較，很難確定樂器是屬於開管樂器或是閉管樂器。通常是依據泛音與基音的音程關係來判斷。若為十二度音程則為閉管樂器，八度泛音的音程則是開管。而豎笛由於音程的表現，是十二度泛音的閉管樂器。

一般以為吹奏任何管樂時，由於一端進氣而另一端為出氣端，所以直覺認為是兩端開放的開管樂器。但是實際上應該考慮管身的形狀，以豎笛與 SAX 而言，豎笛的管身為圓柱形，但 SAX 的管身卻是錐形（雙簧管、嗩吶、小喇叭也是錐形）。而由音程的表現，這些管身外型為錐形的管樂都是開管樂器，唯獨管身為圓柱形的豎笛與眾不同，是屬於閉管樂器。



▲ 豎笛

我們先來判斷吹奏的入氣端，因為當氣流吹入簧片內部時，根據 **Bernullis' rule**，簧片內部壓力會變的比外部空氣壓力小，因此外部空氣將簧片向內擠壓，造成開口端變小。然後由於簧片的彈性恢復力會將簧片彈回，使得簧片向外擴張。如此一來，當氣流持續吹入簧片吹口時，就會形成氣體週期性的振動。因此，入氣端是屬於壓力振幅最大的波腹。或者說，由於簧片振動的方向與管身垂直，因此空氣分子在平行於管身的方向上，其水平位移的振幅等於零，是屬於分子位移的節點。

再來判斷出氣端，由於此處的氣體壓力等於大氣壓力，故出氣端的氣體壓力變化為零，位移振幅最大，是屬於分子位移的自由端（波腹）。因此，只要是使用簧片的管樂器，看起來似乎都應該屬於超吹十二度泛音的閉管樂器才對。可是，對於雙簧管、SAX 而言：



▲雙簧管



▲SAX

由於其管身外型為錐形，而這種提早擴大的管身，會讓壓力在尚未抵達管口前，就已經提早收縮為節點。當聲波繼續前進推到錐形管的管口時，已經形成壓力波之波腹，或是位移為零之節點。這種管身的設計，就能使管口兩端均形成壓力腹點的開管樂器，因而造成錐形管樂器是屬於開管，而吹奏出八度泛音之情形。

（參考資料：國立臺南藝術大學民族音樂中心 <http://art.tnnua.edu.tw/>）

26. 氣球皮吹奏

- (1) 從破掉的氣球碎片剪出約 2 cm × 10 cm 的氣球皮來。
- (2) 雙手拇指與食指分握氣球皮的兩端，將氣球皮輕含入嘴中，並讓其輕輕接觸上脣與下脣。
- (3) 利用吹氣的方式，讓氣流經由氣球皮與雙脣間的縫隙吹出，調整縫隙的大小與氣流的強弱來尋找發聲的訣竅。
- (4) 以右手中指按在氣球皮上不同的位置，來改變振動體的長度；以及改變雙手所施加的拉力，來改變皮膜的張力。
- (5) 這樣又是一個可用來講解 $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = f \times \lambda$ 與 $f_n = n \times \frac{v}{2\ell}$ 公式的創意教具了。

27. 草笛

- (1) 先在公園樹蔭下找出求米草（請參考影音檔），求米草與它的近親竹葉草很像，同屬禾本科（Gramineae）求米草屬（Oplismenus）。兩者的差別在於竹葉草的葉面具有彎曲的皺折，而求米草則是葉面平整。取其葉片用清水洗淨後，置於水碟內以免乾枯。
- (2) 將葉片以雙手食指與拇指輕輕挾住後含進嘴裡，葉片輕觸上脣，下脣則稍微離開葉面。
- (3) 利用吸氣的方式，讓氣流經由下脣與葉面間的縫隙吸入口腔中，調整縫隙以及葉片在口腔內的深度來尋找發聲的訣竅。
- (4) 靠著白努利效應的幫忙，氣流經過葉片下面的縫隙時會將葉片吸向下脣。然後由於葉片離開上脣後，在葉面與上脣間產生了新的縫隙。如此一來，新產生的氣流又會將葉片向上吸回，這樣就會形成葉片的週期性振動而發聲。
- (5) 藉著改變雙手挾住葉片所施加的拉力、調整縫隙的大小、口腔與喉腔的形狀變化，以及跳動上下脣的點放技巧，就可以模擬鳥類的悅耳叫聲了。

28. 葉笛

- (1) 樹葉吹奏所選用的葉片只要表面平整而葉面稍寬，葉長約 7~9 公分，寬約 5~6 公分的葉片，如榕樹、楊桃、荔枝、龍眼、九重葛……等闊葉林的葉片均可使用。初學者可以用剪刀將樹葉的邊緣剪除，將外形修成眼睛形狀，這樣比較容易吹出聲響來。
- (2) 樹葉吹奏以葉片為簧片，口腔為共鳴箱，以通過氣流來衝擊葉片使之振動發聲。吹奏時取樹葉用清水洗淨，以雙手食指與拇指挾住葉片向上捲曲，含進嘴裡。嘴脣銜住葉片，上脣往內略收，下脣貼緊樹葉而不漏氣。將葉片彎曲保持適度的彈性，氣流由裡往外吹，從上嘴脣銜葉片的間隙擠出，用發出英語音標 /p/（先緊閉雙脣，再突然放開雙脣，不振動聲帶），及腹式呼吸的方式將氣吹出。
- (3) 起初吐氣緩慢，用力均勻，在嘗試中尋找發聲訣竅，直到發出低沉短促「噗」的一聲。當發出這樣一聲時，一定要抓住它的發聲感覺，隨之每次出聲時盡可能延長時間，保持發聲平穩。若能隨心所欲地吹出響聲時，就學會吹葉笛的基本技法了。
- (4) 接著改變拉緊樹葉的力道、樹葉在口腔內的深度，這樣就可以改變音階。經由一段時間的訓練，就可以開始吹奏樂曲了。

29. 變聲氣體

- (1) 由於深海潛水有氮麻醉的危險，所以深海潛水員會在氣瓶內加入氦氣來降低氣體中氮的濃度，我們就是使用這種潛水氣體來做實驗。
- (2) 先吐氣，再吸入這種氣體，接著以平常的方式講話，就會變為有趣的唐老鴨聲音。
- (3) 吸了變聲氣體來發聲時，由於聲帶位於密度較小的氣體環境中振動，所以聲音傳播速度變快，音調因而隨之變高。
- (4) 氦氣雖然對人體無害，但購買時必須留意成分說明，其中含氧量必須達到 21%。千萬不要使用純氦氣來做此實驗，否則可能導致缺氧而發生危險。

三、知識加油站

1. 純律：

以自然法國號（Nature Horn）而言，雖然構造上並沒有按鍵的設計，但卻能演奏出許多不同音階的泛音。例如在軍中升旗降旗使用的立正號令（Mi-Do-Sol）與稍息號令（Sol-Mi-Do），就是只使用同一管長卻可吹出不同的泛音，其泛音列是所有樂器中最多的。

第 n 諧音	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
頻率比	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
泛音列	低音 Do	中音 Do	中音 Sol	高音 Do	高音 Mi	高音 Sol	高高 降 Si	高高 音 Do	高高 音 Re	高高 音 Mi	高高 音 降 Sol	高高 音 Sol			高高 音 Si
$f_n : f_{Do}$		3 : 2		5 : 4				9 : 8							15 : 8

因此，音調唱法 do、re、me、fa、sol、la、ti、do 與 C 調頻率有如下的關係：

唱名 n	do	re	me	fa	sol	la	ti	do*
C 調 f / Hz	264	297	330	352	396	440	495	528
頻率比 $f_n : f_{do}$	1 : 1	9 : 8	5 : 4	4 : 3	3 : 2	5 : 3	15 : 8	2 : 1

所以，純律是以泛音的頻率倍數關係為基礎，其音樂的和弦泛音都是在物理的自然基礎下形成。因此其和音不僅最美也最和諧。不過由於這樣形成的半音無法分得平均，所以不能隨便轉調，因此現在已被十二平均律所取代。

2. 十二平均律：

把一個八度音均分為十二個半音，且半音的音程都是相等的。此律制的理論最早由明代音樂家朱載堉確立。鋼琴、豎琴等樂器均按此律定弦。由於八度音指的是頻率加倍（即二倍頻率）。因此在八度音中分為十二等分乃是分為十二個等比級數，其結果就是每個音的頻率為前一個半音的 $^{12}\sqrt{12}$ 倍（ $=1.059463094$ ）。將一個八度分成 12 等分有著驚人的一些湊巧，它的純五度音程的兩個音的頻率比（即 2 的 $\frac{7}{12}$ 次方 $=1.49831$ ）與 3 : 2 非常的接近，因此人耳基本上聽不出「純律五度」和「十二平均律」的五度音程的差別了。同時，「十二平均律」的純四度和大三度，兩個音的頻率比分別與 $\frac{4}{3}$ 和 $\frac{5}{4}$ 也都很接近。所以，自然泛音序列中的幾個主要的和弦音符，都跟「十二平均律」所對應的音符是幾乎相同的。現在的十二平均律在交響樂隊和鍵盤樂器中已得到廣泛的使用，鋼琴即是根據十二平均律來定音的，因為只有「十二平均律」才能方便地進行轉調。

3. 聲速公式的推導：

由於聲音傳遞時，氣體振動的過程非常迅速，以致於來不及與周圍的物質進行熱交換，所以聲音傳遞的過程可以視為絕熱過程，符合 $PV^\gamma = P_0V_0^\gamma$ ， $\gamma = C_p / C_v$ ；由於定量氣體的密度 ρ 與

體積 V 成反比，因此可得 $\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$ ，將此式對時間求一階偏微分，得 $\frac{1}{P_0} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\gamma}{\rho_0^\gamma} \rho^{\gamma-1} \frac{\partial \rho}{\partial t}$ ，

由於在小振幅的情況下， $\rho \approx \rho_0$ ，所以 $\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t}$ 。式中 $\frac{\gamma P_0}{\rho_0}$ 為一常數，

其單位 $\frac{\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2}{\text{m}^2}\right)}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = (\text{m/s})^2$ ，與速度平方的單位相同，因此令

$$c^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \Rightarrow c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-\frac{V^2}{M} \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s}$$
，此即為拉普拉斯聲速方程。

$$\text{對於理想氣體定熵過程，} \partial S = C_p \frac{\partial V}{V} + C_v \frac{\partial P}{P} = 0 \Rightarrow \gamma \frac{\partial V}{V} + \frac{\partial P}{P} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = -\gamma \frac{P}{V}$$

所以可以得出氣體中的聲速 $c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ ，而且 $\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{M/V}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}}$ ，式中 R 為氣體常數， T 則為該氣體之絕對溫度， M_0 為氣體的分子量。對於空氣， $\gamma = \frac{7}{5} = 1.40$ ，

$R = 8.31$ 焦耳/克分子·度， $M_0 = 28.8 \times 10^{-3}$ 公斤/克分子

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R (273.15 + t)}{M_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R \times 273.15}{M_0}} \times \frac{273.15 + t}{273.15} = 331.45 \sqrt{\frac{273.15 + t}{273.15}}$$

利用二項式定理的近似式，可得出空氣中的聲速 $c \approx 331.45 + 0.6067t$ ， t 為攝氏溫度。此公式雖然是近似式，但在 $-30^\circ\text{C} < t < +40^\circ\text{C}$ 範圍內卻是足夠準確的。

4. 氦氣變聲的原理：

由於氣體中的聲速 $= \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \Rightarrow c_{\text{He}} : c_{\text{air}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\text{He}}}{\rho_{\text{He}}}} : \sqrt{\frac{\gamma_{\text{air}}}{\rho_{\text{air}}}} = \sqrt{\frac{5/3}{4}} : \sqrt{\frac{7/5}{28.8}} \approx 3$ ，以正常方式講話

時，口腔與喉腔的共振模式沒變，這表示同一種共振模式的波長沒變，因此聲速比=頻率比。也就是使用氦氣講話時，頻率將變為三倍，音調整整提高了 12 度。

5. 共振：

大多數的物體都會振動。共振的發生主要是由於振盪體有一個或一些特定的頻率，叫作它的自然頻率。當自然頻率和外加力量的頻率相同時，兩者之間就會產生共振。共振會使振盪的振幅加大。因此，弦樂器上除了弦，還有個重要的部分叫作響箱。它的自然頻率就與弦的自然頻率相近或相同。於是，當弦被撥動時，響箱與弦產生共振，使周圍的空氣也隨著振動，這時樂器的響度比只有弦振動時增大許多，此時產生的共振也叫作聲音的共鳴。除了弦樂器、管樂器和打擊樂器，有響箱的器具，同樣都能產生共鳴作用，各式樂器就是藉由這些共鳴箱來達到放大音量的效果。（請思考其增強的能量從何而來？）

6. 給學生的課外作業：

<http://www.kettering.edu/~drussell/demos.html>

