



創意教學

當哈利波特遇上物理——力學篇

鄭永銘老師 ◆ <http://www.balloon.com.tw>



一、序曲 (<http://www.balloon.com.tw/force1.htm>)

愛因斯坦有句名言“興趣是最好的老師”，為了讓學生學習物理能以興趣為出發，每堂物理課的前五分鐘就是筆者的魔法時間，連結之影音包含「上升的筷子」、「水往上流」、「底片盒會不會掉下來」、「膠囊精靈」、「手帕吸杯」等。魔術是筆者上課時會使用的娛樂元素，因為它不僅能吸引學生們的目光，還能激盪出更多學習的火花。

二、力矩： (<http://www.balloon.com.tw/force2.htm>)

1. 棍子往哪一邊掉：請參考連結影音的解說內容，底下同
2. 報紙開罐器
3. 聽話的線軸

三、質心與重心： (<http://www.balloon.com.tw/force3.htm>)

1. 奇怪的可樂
2. 堆疊硬幣

四、牛頓運動定律： (<http://www.balloon.com.tw/force4.htm>)

1. 牛頓第一運動定律
2. 牛頓第二運動定律
3. 牛頓第三運動定律
4. 行為怪異的乒乓球

牛頓運動定律僅能適用於慣性座標系，一旦觀察者身處加速系統，就會觀察到假想力的效應。影片中的乒乓球出現違反慣性的怪異行為，這雖然可以使用加入假想力所產生的「視加速度」或「等效重力場」來得到圓滿的解答。不過這種怪異的行為對於慣性座標系中的觀察者又要如何解釋呢？以汽車內的氣球為例，如果車窗緊閉而汽車向前加速時，由於車內氣體在單位時間內撞擊後車窗的次數會增加（這就如同由加速上升的電梯天花板所掉落的鐵釘會比其在電梯靜止時所花的時間短），因此就會造成車內的氣體密度不均。沿著車行方向會有氣壓梯度的產生，造成在氣球後面的氣壓高於氣球前面的氣壓，這種壓力差就會形成將氣



球往車前方向推的力量，因此漂浮的氣球就反而會向前方傾斜。那麼有沒有能支持這種論調的證據呢？筆者認為拿一個無液氣壓計在車內觀察應該就能一目了然，因為壓力的公式 $P = \rho gh$ ，既然公式內含有 g 值就會依等效重力場而改變其數值。另外，若是將駕駛座旁的車窗與後座車窗均搖下一小縫，也可以觀察到車外氣體會流入前座而由後座流出。這樣也可以證實前座附近的氣壓 $<$ 窗外氣壓 $<$ 後座附近的氣壓。由於乒乓球在水中的行為就如同氣球在空氣中的行為，如此就能為這種怪異的行為得出一個合理的解釋來了。

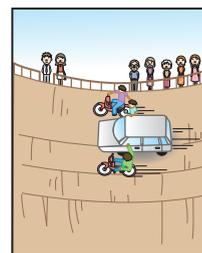
五、圓周運動：（<http://www.balloon.com.tw/force5.htm>）

1. 硬幣飛車特技

講到騎車轉彎需要傾斜身體的題目時，我會先做這個演示實驗讓學生們觀察，然後才來推導公式。另外，在推導錐動擺的公式之前，也會先請值日生鬆下他們的鞋帶而接在一起，繩長約為氣窗刷的長度，然後綁上球鞋並繫在氣窗刷上。接著抓著氣窗刷讓球鞋在學生們的頭上低空迴旋，請他們觀察在不同的轉速下圓錐角的變化並測量其迴旋週期。（不過這時學生們通常是驚叫連連而躲進桌下）

2. Wall of death

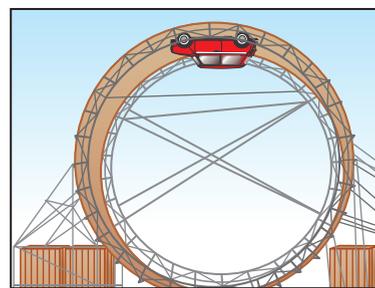
圖一是緣自於美國的摩托車特技，現在已幾乎成為印度的國民運動了。在一個直徑約 10 公尺的木製圓桶裡，摩托車一直繞著內圈騎，騎到穩定後騎士甚至可以放開雙手。同時也可以讓汽車開上來繞，開到快抵達頂端的時候，駕駛只靠著一隻腳踩著油門，整個人還能探出窗外來揮手打招呼呢。



圖一 Wall of death (註①)

3. Loop of death

圖二這項特技遠比表演 Wall of death 來得危險，因為汽車的初速不夠高的話，便會在到達環形車道頂點之前脫離軌道而墜落。而如果速度太快，則可能在剛上升時由於過大的 G 值而昏迷，因為鉛直圓周運動在最高點的臨界速度為 \sqrt{Rg} ，所以初速是 $\sqrt{5Rg}$ ，因此在底部要衝上去那一瞬間的正向力高達 $6mg$ 。這項驚險的特技表演是在劍橋大學物理學家的幫助下策劃進行，這項挑戰被稱之為『死亡之環』。表演這項特技的英國特技替身演員 Steve Truglia 就說：「這絕對是汽車曾經挑戰過高度最高的環形車道。如果出現失誤，我可能就不在這個世上了。」



圖二 Loop of death (註②)

六、角動量守恆：（<http://www.balloon.com.tw/force6.htm>）

1. 喜結良緣

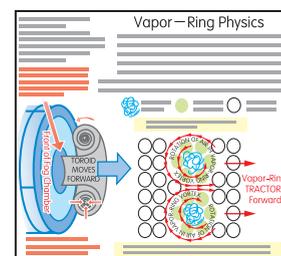
影片開始的圓盤可以使用鍋蓋來代替，藉此來演示角動量守恆。而接著演示的科學玩具「喜結良緣」，則是利用鐵環翻滾掉落時所具有的角動量將鐵鍊栓進環內，藉此來達成近乎魔術表演的效果。



七、虹吸現象：（<http://www.balloon.com.tw/force7.htm>）

1. 抽煙機

一個利用虹吸原理來集煙的裝置，然後用它來玩打煙圈遊戲。影片中煙圈形成的機制稱為康達效應（Coanda Effect），或稱為附壁作用。這是當流體與它流過的物體表面之間存在著表面摩擦時，流體的流速會減慢，而這就是水在河流中央的流速為什麼會比岸邊的流速快之原因。此效應會造成流體離開本來的流動方向而有隨着物體表面流動的傾向。圖三說明了從孔洞中心所流出的煙之速率最大，而經由孔洞邊緣的煙流則因阻力較大而流速減慢。因此周圍



圖三 煙圈示意圖（註③）

的空氣就會形成不斷環繞的漩渦，這種漩渦就能包住煙霧，進行長距離輸送而不至於煙消霧散。

2. 奶茶壺裡的祕密

大英博物館裡典藏著一個精緻的瓷器，這個奶茶壺的神奇效果其實是瓷器內部暗藏著一個機關。筆者試著重現其內部結構，並期待著有這麼一天台灣也能燒製出這種精緻的奶茶壺來。

八、毛細現象：（<http://www.balloon.com.tw/force8.htm>）

1. 喝水鳥

這是筆者上到毛細現象時所演示的實驗，演示後會向學生拋出這個問題：「經由毛細作用而爬高的水具有較高的重力位能，那麼這些增加的重力位能從何而來？是從甚麼形式的能量轉換而來？」。

九、表面張力：（<http://www.balloon.com.tw/force9.htm>）

1. 表面張力的迷思

筆者在進行此實驗時的水溫是 15°C ，此溫度下的表面張力是 0.0732 N/m ，使用的硬幣之圓周長 59.7 mm ，因此靠著表面張力最多可漂浮重量 0.446 克重。但是影片中使用的是鋁製一角硬幣，根據台灣中央銀行的貨幣資料，其重量是 1.15 克重，這顯然遠超過水的表面張力所能支撐，那麼究竟為什麼硬幣還能漂在水面上呢？

十、白努利效應：（<http://www.balloon.com.tw/force10.htm>）

1. 自轉軸為何會傾斜？

這是筆者玩射牌時偶然發現的現象。我們認為迴力標之所以會迴旋，是因為其上下翼面的形狀差異性，經由氣體流經路徑長的不同而形成流速不同所導致。但是紙牌的上下翼面均為平面，理論上不應該產生上下翼面有流速差異。那麼到底是甚麼力量讓紙牌的自轉軸發生傾斜？產生的機制又是甚麼？其實這個有趣現象的背後有著合理的解釋，這就是我交給學生們的力學作業，請他們先上網以關鍵字「紙迴力標」搜尋資料，並進行實驗後思索其轉彎的



原因，然後再找物理老師請教。諾貝爾文學獎得主萊辛（Doris Lessing）有句名言：「真理的追求是過程比結果更重要」，愛因斯坦也如是說：「只要你有一件合理的事去做，你的生活就會顯得特別美好」。希望能藉由這個有趣的題材，除了讓學生找出隱藏在現象背後的物理原理之外，更希望能重新喚醒大家「生活皆科學，處處是驚奇」之體認！

2. 丟紙牌遊戲

介紹丟紙牌遊戲的必勝絕招及其原理。紐約時代廣場每年迎接新年時會有紙花漫天飛舞的壯觀場面，為何這些長方形紙片大都是以同樣的翻滾姿態自高空掉落？由連結影音中可看出當紙牌落下時，其翻滾的姿態會依初始狀態而異，大致可分為下列三種模式：

- (1) 橫的放——以影片 1 分 30 秒~1 分 33 秒這種拿法讓其自由掉落，也就是拿在紙牌的寬邊垂直放下，紙牌就會以寬邊為自轉軸而翻滾落下。
- (2) 直的放——以影片 1 分 25 秒這種拿法讓其自由掉落，也就是拿在紙牌的窄邊垂直放下，紙牌就會以窄邊為自轉軸而翻滾落下。
- (3) 水平放——以影片 3 分秒這種拿法讓其自由掉落，也就是讓其有最大面積來放下，紙牌就會以搖晃但不翻滾而落下。

會形成這樣的差異，是因為物體在掉落時同時受到重力、空氣阻力、白努力效應、渦流等因素影響。以紙牌而言，迎風面的風壓大而背風面的風壓小。若以橫放或直放的方式自由落下時，由於紙牌幾乎不可能筆直掉落長距離而不傾斜，因此只要牌面開始有一點點傾斜的角度之後，此時紙牌下端的迎風面會受到較大的阻力，所以紙牌就會開始翻滾，並且一直以這種翻滾的姿態直到抵達地面。筆者曾試著把整副牌丟向天空來觀察它們落下來的姿態，其實三種模式都有，但是以數量而言，幾乎大部分是以寬邊為自轉軸而翻滾落下，也就是舞台打紙花特效時的那種翻滾模式。這是因為若以此姿態來翻滾時（影片 45 秒~55 秒），它有最小的轉動慣量，也就是這種翻滾姿態是最容易達成的。譬如在強颱風吹襲之下，小客車若是被吹成在路上連續翻滾時，那麼它就是以側翻的形式來翻滾，這種側翻的形式也是具有最小的轉動慣量，就如同長條形紙片自空中灑下時被氣流影響所形成的翻滾模式。

3. 硬幣飛入杯中

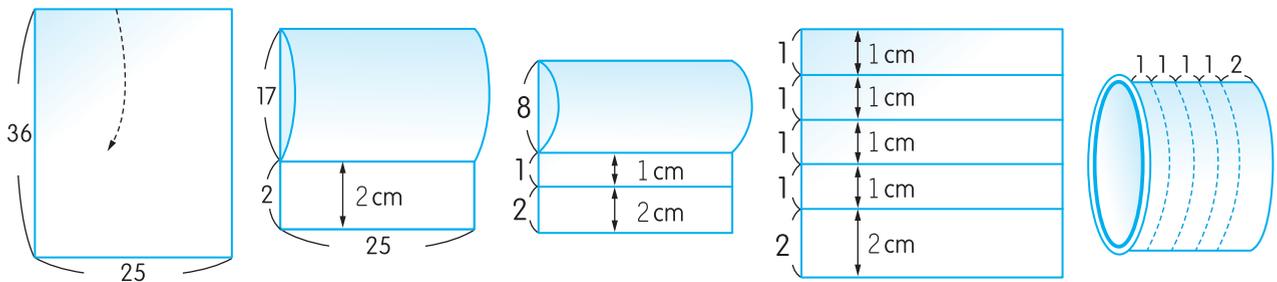
這是一個需要多加練習才會成功的趣味遊戲，演示後筆者會向學生拋出一個 Bernoulli equation 的問題：「當水流經過水平放置的文氏管（Venturi）時，根據連續方程式，在文氏管的喉部位置由於截面積變小所以流速會變快，那麼這時候水所增加的動能從何而來？」，很多學生會回答說：「水壓作功啊」。於是我就會接著問：「若 A 對 B 作功則 A 的能量要減少，那麼 B 所增加的動能是靠著 A 的什麼能量減少來達成？」，這時學生就會陷入思索。接著我又繼續拋出另一個問題：「教科書在介紹連續方程式時，都會畫出水是從開口較大的管子流進開口變小的管子中，因細管流速快壓力小，因此就可以說明靠著壓力差就能將水「壓進」較細的管中。但是如果是反向讓水從開口小的管子流進開口變大的管子中（事先兩管均已裝滿水），那麼根據連續方程式，流進粗管後壓力會變大，這樣水流動的方向不就違反了流體是由壓力高流向壓力低的方向了嗎？」。當我還是學生的時候我喜歡問問題，一旦我當上老師後我則是喜歡拋問題，只不過我卻不喜歡講出答案來剝奪學生們思考的空間。會拋出



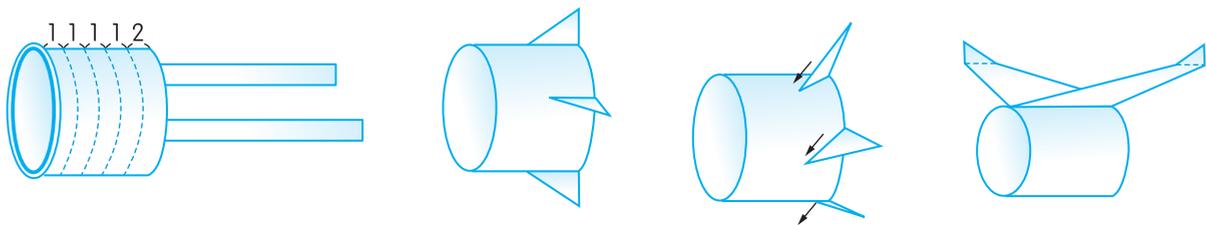
這些問題是希望學生們能自己花時間去思考與探索，然後在下一次上課時才與學生們一起討論，因為唯有如此才能訓練學生具有獨立思考與擁有解決問題的能力。

4. 足球飛機

取一張 B4 影印紙，將較長的一邊對折，折過來的一邊與對邊相距二公分（約拇指寬度）。再將厚的那邊對折，與第一次折過來的那一邊相距一公分（約小指的寬度）。再重複此動作二次，形成總共四折的形狀。抓著整張紙的兩側長邊，將有皺摺的那一面朝下，利用桌緣來回用力摩擦，使折過的部分能貼平。接著先翻開最後一層的皺摺，然後將兩個短邊彼此插入縫隙重疊約二公分，銜接成為一個圓柱形。再將最後一層的皺摺折回來，這樣就能更穩固的銜接。最後在圓筒外圈的重疊處以膠帶黏貼，並仔細揉捏使圓筒形狀更勻稱，足球飛機就大致完成了。

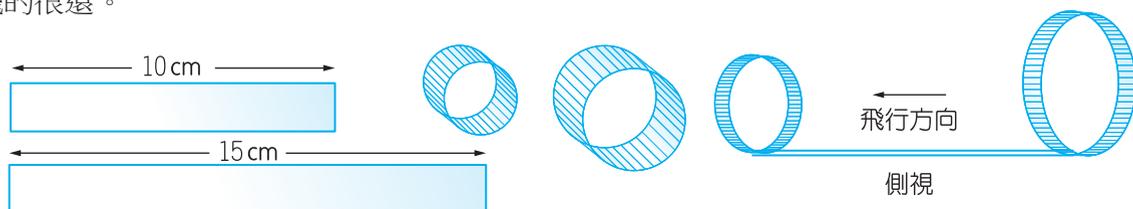


將厚的一頭朝前，先嘗試以擲飛機般向前擲出，觀察其飛行的路線。接著是使用類似丟壘球的手法，先讓手臂自然下垂，手握足球飛機使厚的一頭朝著掌心方向，然後手臂旋轉一圈，當掌心回到最低點時，將足球飛機厚的一頭用力向前擲出，只要稍加訓練就會飛的相當遠了。另外，也可以將圓圈壓凹，或者增加尾翼等裝置，這樣飛行的軌跡就會變的十分有趣了。



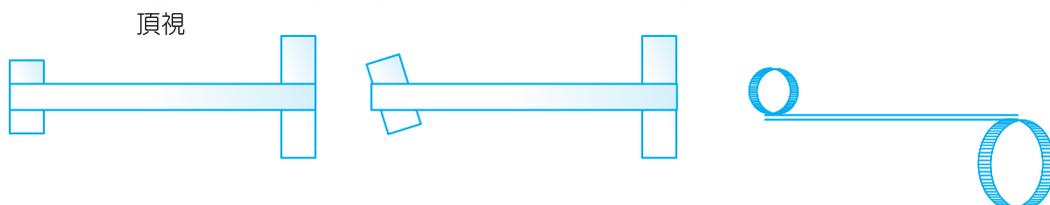
5. 圈圈飛機

將卡紙剪出寬 2 公分長 10 公分與寬 2 公分長 15 公分的紙片各一片，將每一紙片繞成一個小圓圈，重疊處以透明膠帶黏貼。再將吸管二端分別以膠帶黏貼在小圓圈上，圈面須與吸管垂直。以手抓住吸管的中央，將小圈朝前，像擲飛機般向前水平射出，只要稍加訓練就會飛的很遠。

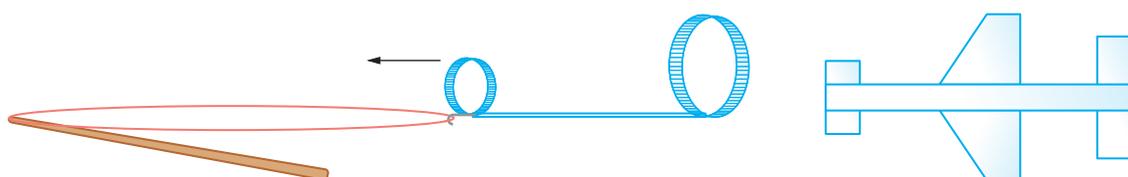




還可以這樣做，將前端的小圓圈稍微貼歪，觀察射出後是否會轉彎？或者將小圈與大圈貼成一上一下相差 180 度或是其他的角度，觀察射出後是否會旋轉？



最後，在前端貼上迴紋針，將其中一段鐵絲彎出形成掛勾狀，並將一條橡皮筋綁在免洗筷前端，做成一個發射器。用它來當作彈射器，這樣就可以讓家中的小朋友們來比爬升高度、比遠、比準…。

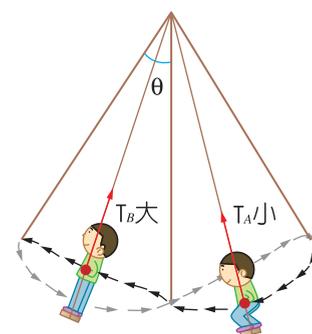


十一、功與能：（<http://www.balloon.com.tw/force11.htm>）

1. 鞦韆為什麼能愈盪愈高？

「盪鞦韆時只要適當地蹲下再站起，重複這樣的動作就能盪愈高，那麼這個增加的力學能是可以由系統的內力所產生的嗎？」這個是筆者上到功與能時，常拿來問學生的問題。有些學生會認為系統的內力既然無法改變質心速度，也就無法增加質心動能，因此鞦韆能越盪愈高是由「人與鞦韆」這個系統的外力所提供。當筆者繼續追問外力為何時，學生會說是重力，甚至說能量或許是從頂端吊環處饋入系統的。聽到學生這樣的回答，我就會反問：「鞦韆是與地球相連的，這樣地球可以孤立於鞦韆系統之外嗎？」聽到我的說明，學生就瞭解到重力仍是這個系統的內力，因此系統內力確實也是無法改變鞦韆與地球的質心速度與質心動能。接著我就會提出跳高的例子來說明，學生便能明瞭自己當然可以對自己作功，而將肌肉儲存的內能轉化為鞦韆的力學能。

如圖四，靠內力作功只能以人在鞦韆上站起或蹲下來實現。當人站起時，因手腳的施力較大，繩以相同大小的反作用力拉人，人在此時重心上移，系統的重力位能增加。但是此時鞦韆的切線速度未變（因為力與速度正交），即動能未變，所以系統的力學能就會增加，鞦韆也就可以盪到比上一回更高的位置。而當鞦韆過最高點之後人迅速蹲下，在此過程中手腳的施力較小，繩的張力也變小，但是人的重心之下降距離卻等於站起時重心上升的距離，因此重心下降的過程所作的負功之量值就會低於重心上升的過程所作的正功，因此在一個週期中自己對自己作功的淨值為正。盪鞦韆的人即能將自身的內能轉化為鞦韆的力學能，繼續重複這樣的動作，鞦韆就可以愈盪愈高了。



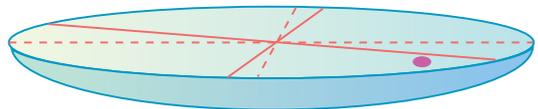
圖四 質心路徑圖（註④）

十二、滑動摩擦：（<http://www.balloon.com.tw/force12.htm>）

1. 魔法石

魔法石是一塊具有橄欖球的底面外形而重心偏移幾何中心的石塊，它可以朝某一方向平穩地轉動，但是反方向轉動時卻會發生振動並再逆轉回來。這種能自動改變旋轉方向的奇異現象，據說是考古學家研究史前石器時發現的。在文獻中這種石頭被稱為 **celt stone**，意思是古印地安人石塊，它可算得上是大自然中摩擦力的傑作。

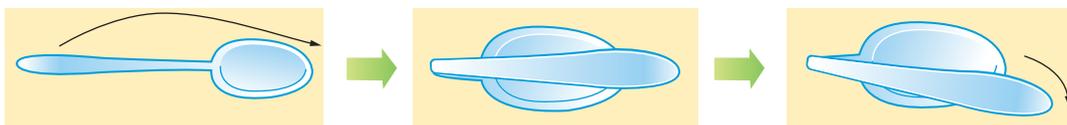
魔法石的典型外型是一個橢圓球體被 $z=0$ 的平面切為兩半，其底部的曲面符合方程式 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} +$



$\frac{z^2}{b^2} = 1$ 的半個橢球體。在其切面橢圓的長軸接近端點附近，如上圖貼上一小塊配重，使其轉

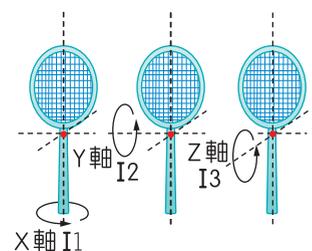
動慣量主軸的方向偏離橢圓的幾何對稱軸，此一圖像稱為魔法石典型體。若在此典型體的橢圓的長軸端輕輕壓它一下然後鬆手，它就會沿長軸的方向（繞短軸）晃動起來，並且很快地把這種晃動轉變為順時針方向的轉動。若撥動一端讓它以逆時針方式轉動，它便會把轉動變為沿長軸的方向（繞短軸）的劇烈晃動，最後再逆轉成為順時針方向。為什麼會出現這種現象呢？原因是它的重心偏離了對稱中心，以及轉動慣量的主軸偏離了幾何對稱軸，至於逆轉的機制則是與它接觸的底面存在著滑動摩擦力所造成。

生活中有很多物體都可以製作魔法石，譬如湯匙、髮夾、電話筒、貝殼等。以湯匙為例，找一根底部為橢圓球面的湯匙。如下圖，先將湯匙柄的一端彎向曲面，然後再將湯匙柄往旁邊側推（譬如順時針方向推開）。這樣做就能使系統的重心造成偏移而不落在橢圓面的長軸上。

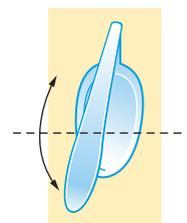


然後試著以順時針與逆時針的方向分別轉動湯匙，找出以哪種方向撥動時，可以形成湯匙能逆轉回來的現象。

至於會發生沿長軸的方向搖晃的原因，可以依動力學之網球拍理論（**Tennis Racket Theorem**）加以說明。如右圖，剛體旋轉時，如果繞著 X 軸、Y 軸、Z 軸的轉動慣量分別為 I_1 、 I_2 、 I_3 （ $I_1 < I_2 < I_3$ ），因為轉動慣量居中的 I_2 之 Y 軸，剛體是無法穩定繞此軸旋轉而會造成晃動現象（註⑤）。

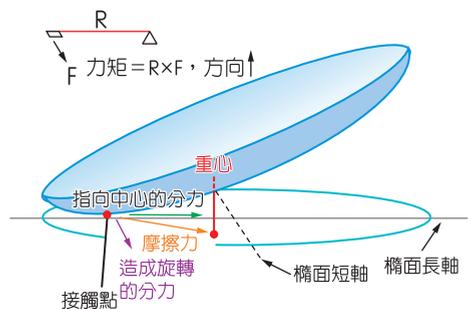


因此，對於我們所做的湯匙而言，轉動慣量居中的 I_2 之 Y 軸，即為右圖中之虛線。因此湯匙轉動一段時間後，湯匙就會繞此軸而上下晃動。若依能量觀點而言，此振動動能來自湯匙的轉動動能，就如同耦合的雙擺（**double pendulum**），彼此會發生能量轉移的現象一般。





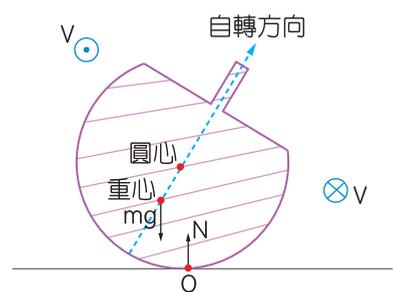
由於湯匙的仰俯晃動會造成接觸面的滑動現象，因此系統會受到地面施予湯匙的滑動摩擦力。如右圖，由於湯匙的重心偏離了橢圓面的長軸，因此湯匙在滑向重心的方向時，此時動摩擦力並不平行於長軸，而有平行與垂直於長軸的兩個分力。其中平行長軸的分力減緩了振動的幅度，而垂直長軸的分力則對質心造成了力矩，就是該力矩讓湯匙會形成逆轉現象的成因。



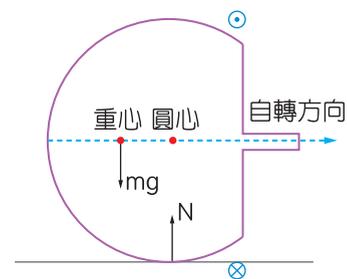
2. 魔術陀螺

魔術陀螺具有底部為圓形且重心低於其圓心的特性，旋轉這種陀螺時會由正立狀態變為倒立狀態，這是因為倒立旋轉才是它的穩定態。筆者測試了數十個陀螺之後，發現只有少數木柄安裝非常正的陀螺需要較長的時間才能發生進動，其餘大部分陀螺的木柄都會稍微傾斜或是偏離其軸線。這種重心偏離軸線的陀螺一旦開始旋轉之後，由於重心距離其轉軸的力臂不為零，因此陀螺所受的合力矩不為零，很快就能發生進動現象。

右圖為轉軸與鉛直方向偏離時的受力分析圖，此時陀螺受三個力的作用：重力 mg 、正向力 N 與摩擦力 f 。重力 mg 過重心沿鉛直方向向下，正向力 N 垂直於地面沿鉛直方向過圓心，二者合力為零但合力矩不為零，此力矩就能形成陀螺的進動。同時，在支點處陀螺轉動的速度方向是進紙面方向，所以滑動摩擦力 f 的方向就會與其相反而呈現出紙面方向，該力對自轉軸的力矩會減少陀螺轉動的角動量，使其自轉角速率變慢。另外，根據牛頓運動定律，滑動摩擦力 f 的方向與陀螺質心加速度的方向相同，因此摩擦力就會使陀螺整體以出紙面的方向加速移動。一般的陀螺發生進動時，其進動角速度的方向與原先直立狀態時的自轉角速度方向相同。魔術陀螺也是如此，從上面俯視時，木柄頂端是以逆時針進動旋轉。所以此時木柄頂端是呈現進紙面的運動方向，加上重心是出紙面的方向移動，這將使得陀螺下一個接地點越發偏離底部向頂部的方向移動。而這時若觀察其底部接觸點，確實可以發現支點移動的軌跡是繞著軸線中心點而形成螺線旋出。



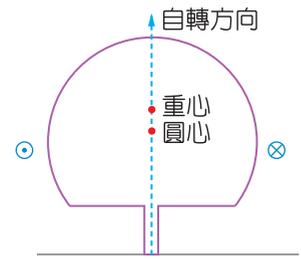
當陀螺轉軸偏離 90 度後，其狀態如右圖所示，此時重力 mg 與支持力 N 的合力矩達到最大。同時也在此時其進動角速率出現極大值，亦即從上俯視時，木柄以逆時針旋轉的頻率是最大的時刻。根據觀察，此時陀螺的自轉速率卻是接近為零，從角動量的觀點，這時候是不應該有自旋的。因為魔術陀螺一旦翻身後，其角動量方向仍然與初始時同樣向上，這表示對於陀螺本身而言，其自旋在翻身後卻是反向旋轉的。因此，當其轉軸由鉛直狀態逐漸偏離至水平的過程，其自轉速率變慢而進動速率變快。若是繼續翻身成倒立狀態而自身反向旋轉，那麼自旋速率為零確實應該發生在轉軸偏離 90 度的時刻，這就如同上拋的小球一定要先經歷速率為零的時刻才會反向運動一樣。陀螺水平橫躺時有最大的旋轉的頻率這也是合理的，因為初始狀態時的角動量是





藉由滑動摩擦的協助，才能將自旋角動量轉換成進動角動量，也同時能將自旋動能轉換成進動的動能。這時候雖然陀螺幾乎不自旋，但重心卻是偏離正向力 N 的作用力線最遠，因此離心效應最明顯。再加上先前重心有向上方移動的動能，此後重心將繼續上升而造成接地點越來越往柄端靠近。

上述過程進行而使接地點移動到木柄的頂端時，如果新接觸點的摩擦力足以頂住支點時，重心就能藉此瞬間攀高，使支點一下子由球面跳到木柄的頂端。而以後陀螺的運動就和一般的陀螺沒什麼不同，就是形成一個比較穩定的狀態了。由於這種陀螺以木柄在上而重心低於圓心的旋轉是不穩定的，因此它能自動地反轉為倒立狀態，故又稱為可倒立陀螺或翻身陀螺。這顆玩具雖小卻有著大學問，圖六是諾貝爾物理大師們對它能翻身正充滿著好奇呢！



圖六 兩位諾貝爾物理獎得主 Pauli 和 Bohr 一起玩這種陀螺 (註⑥)



◎附註

- ① 圖片參考：<http://www.travelandleisure.com/articles/worlds-strangest-sports>
Travel+Leisure，World's Strangest Sports，上網日期：民 100 年 2 月 14 日。
- ② 圖片參考：<http://it.big5.dbw.cn/system/2009/05/19/051921814.shtml>
IT 頻道，世界最大環形車道，上網日期：民 100 年 2 月 14 日。
- ③ 圖片參考：<http://tealco.net/blasterphysics.gif.jpg>
TealCo.net，Coanda effect，上網日期：民 100 年 2 月 14 日。
- ④ 圖片參考：<http://www.hk-phy.org/articles/swing/swing.html>
物理園，鞦韆的聯想，上網日期：民 100 年 2 月 14 日。
- ⑤ 參考資料：臺北市第 46 屆中小學科學展覽物理科高中組作品－會逆轉的石頭 Rattleback 逆旋現象，作者高至辰、郭先予。
- ⑥ 圖片參考：http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pauli_wolfgang_c4.jpg
Wikimedia Commons，Wolfgang Pauli，上網日期：民 100 年 2 月 14 日。

